Разбор задачи «Бильярд»

Общий ход решения задачи таков. Пусть для определённости за одну секунду шар смещается на вектор (dx, dy). Будем считать, что при столкновении с другим объектом шар продолжает катиться с неизменной скоростью. Рассмотрим луч, по которому движется шар, и отметим на нём момент времени, в который шар коснётся края доски, а также все моменты столкновения с другими шарами. Выберем минимальный из этих моментов. Если он больше, чем время, требуемое для того, чтобы шар прокатился L сантиметров, выведем «STOP». В противном же случае выведем «BOARD» или «TOUCH» в зависимости от того, какое событие случилось раньше.

Выяснить, когда шар достигнет границы, просто. Для этого, например, можно пересечь луч с прямыми $x = r$, $x = m - r$, $y = r$ и $y = n - r$, а затем выбрать наиболее ранний из моментов пересечения.

Чуть сложнее узнать, когда шар впервые соприкоснётся с другим шаром. Найдём сначала расстояние от центра неподвижного шара до прямой, по которой движется наш шар. Эта прямая имеет уравнение $a \cdot x + b \cdot y = c$, где $a = dy$, $b = -dx$, $c = a \cdot x_0 + b \cdot y_0$, а $A = (x_0, y_0)$ — начальные координаты движущегося шара. Расстояние d от этой прямой до точки $B = (x_1, y_1)$ будет равно $\frac{|(a \cdot x_1 + b \cdot y_1) - c|}{v}$, где $v = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ — скорость движения шара. Если это расстояние больше, чем $2 \cdot r$, то шары в процессе движения не соприкоснутся. В противном случае выясним, в какой момент времени они впервые соприкоснулись. Момент времени t, в который центры шаров ближе всего друг к другу, равен скалярному произведению вектора (dx, dy) на вектор $(x_1 - x_0, y_1 - y_0)$, делённому на квадрат скорости v. Рассмотрим точку C, в которой шар оказался в этот момент времени, и точку D, в которой произошло касание. Заметим, что треугольник $\triangle BCD$ прямоугольный, и $|CD| = \sqrt{|BD|^2 - |BC|^2} = \sqrt{(2 \cdot r)^2 - (d \cdot v)^2}$. Таким образом, момент касания получается из t вычитанием величины $\frac{|CD|}{v}$. Теперь, если полученный момент времени лежит между нулём и $\frac{L}{v}$, шары успеют коснуться прежде, чем движущийся шар пройдёт расстояние L.